

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ ПО КУРСУ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

для студентов III курса I потока на 2011/2012 уч. год

1. Треугольное разложение квадратной матрицы и его трудоемкость. Алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений с использованием треугольного разложения матрицы.
2. Теоремы существования и единственности треугольного разложения квадратной матрицы.
3. Метод Холецкого решения систем с симметричными положительно определенными матрицами. Трудоемкость в случае полных матриц.
4. Ленточный вариант треугольного разложения. Трудоемкость треугольного разложения для ленточной матрицы.
5. Метод блочного исключения для решения линейных систем. Примеры использования метода.
6. Метод вращений для решения систем линейных алгебраических уравнений.
7. Метод отражений для решения систем линейных алгебраических уравнений.
8. Устойчивость вычислительных алгоритмов линейной алгебры. Метод исключения Гаусса с выбором главного элемента.
9. Решение линейного разностного уравнения первого порядка с переменными коэффициентами.
10. Решение линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами и специальными правыми частями.
11. Задача на собственные значения для оператора второй разности с граничными условиями первого рода.
12. Ортогональные многочлены Чебышева и их свойства.
13. Оценка скорости сходимости неявного двухслойного итерационного метода.
14. Чебышевский итерационный метод и оценка скорости сходимости.
15. Метод скорейшего спуска и его сходимость.
16. Метод сопряженных градиентов. Ортогональность невязок к направлениям спуска.
17. Метод сопряженных градиентов. Обоснование соотношения, связывающего направления спуска.
18. Метод сопряженных градиентов. Теорема сходимости.
19. Степенной метод отыскания наибольшего по модулю собственного значения и отвечающего ему собственного вектора квадратной матрицы простой структуры. Сходимость к собственной паре.
20. Метод обратных итераций. Сдвиг. Сходимость к любому собственному значению.
21. QR -алгоритм в базовой версии. Теорема сходимости.

22. Матрица Хессенберга. Теорема подобия матрице Хессенберга.
23. Метод Ньютона и оценка его скорости сходимости.
24. Метод секущих и оценка его скорости сходимости.
25. Формулы численного дифференцирования.
26. Одноэтапные методы Рунге-Кутты.
27. Методы Рунге и трапеций как двухэтапные методы Рунге-Кутты второго порядка.
28. Неявные двухэтапные методы Рунге-Кутты третьего порядка. Оптимальный двухэтапный метод.
29. Явные трехэтапные методы Рунге-Кутты третьего порядка.
30. Теорема об оценке скорости сходимости метода Рунге-Кутты.
31. Явные и неявные методы Адамса и их погрешность аппроксимации.
32. Формулы дифференцирования назад (методы Гира) и их погрешность аппроксимации.
33. Общие многошаговые методы и их погрешность аппроксимации.
34. Производящие многочлены, нуль-устойчивость, корневое условие. Примеры устойчивых и неустойчивых методов. Первый барьер Далквиста.
35. Область абсолютной устойчивости. A и $A(\alpha)$ устойчивости. A -устойчивость двухшаговой формулы дифференцирования назад.
36. Разрешимость и оценка скорости сходимости трехточечной разностной схемы, аппроксимирующей первую краевую задачу для уравнения $-u'' + q(x)u = f(x)$, $0 < x < 1$, $q(x) \geq c > 0$.
37. Монотонность разностных схем. Принцип сравнения. Барьер. Разрешимость и оценка скорости сходимости трехточечной разностной схемы для уравнения $-u'' = f(x)$.
38. Аппроксимация уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и граничных условий третьего рода методом баланса.
39. Априорные оценки решения задачи $-u'' = f(x)$, $u(0) = u(1) = 0$, вытекающие из представления решения через функцию Грина.
40. Аппроксимация уравнения второго порядка на неравномерной сетке. Погрешность аппроксимации, априорная оценка и оценка скорости сходимости.
41. Априорная оценка и условие разрешимости разностных схем для уравнения конвекции-диффузии.
42. Использование сгущающихся сеток для отыскания негладких решений.